

TABLE DES MATIÈRES

<i>Introduction générale</i>	5
PREMIERE PARTIE	
PRINCIPES GENERAUX DE L'EVALUATION DES ACTIFS FINANCIERS CONTINGENTS	9
Chapitre 1 – Evaluation probabiliste des options : introduction à l'univers forward neutre	11
1 – Evaluation d'une option sur un actif au comptant	12
1.1. – Le modèle originel de Black et Scholes	12
1.2. – Approche discrète : le modèle binomial	13
1.3. – Approche probabiliste en temps continu	14
2 – Evaluation d'une option sur contrat à terme	15
2.1. – Définition d'un contrat <i>forward</i>	16
2.2. – Le modèle de Black	16
2.3. – Approche discrète de la formule de Black	17
2.4. – La probabilité <i>forward</i> neutre discrète	18
3 – Evaluation en temps continu d'une option en présence de taux stochastiques	21
3.1. – Le cas d'une option sur action	21
3.1.1. Hypothèses	21
3.1.2. Passage dans l'univers risque-neutre	22
3.1.3. Décomposition de la volatilité de l'action	23
3.1.4. Passage dans l'univers <i>forward</i> -neutre	23
3.1.5. Loi du prix <i>forward</i> à l'échéance de l'option	25
3.1.6. Calcul de la valeur de l'option	25
3.1.7. Comparaison avec l'approche classique par EDP	27
3.2. – Le cas d'une option sur obligation	29
3.2.1. Structure de volatilité linéaire	30
3.2.2. Structure de volatilité exponentielle	31
Annexe du chapitre 1	33
Bibliographie du chapitre 1	44

DEUXIEME PARTIE	
EVALUATION SEQUENTIELLE DES ACTIFS FINANCIERS CONTINGENTS	
	47
Chapitre 2 – Évaluation séquentielle d'un actif contingent à plusieurs actifs risqués	49
1 – Evaluation séquentielle d'un actif contingent à deux actifs risqués sous- jacents	50
1.1. – Le modèle de Kishimoto à deux actifs risqués	50
1.2. – Modification du modèle de Kishimoto à deux actifs risqués	53
1.2.1. Respect des caractéristiques des processus de diffusion	54
1.2.2. Convergence en loi	55
2 – Généralisation à l'évaluation d'un actif contingent à plusieurs actifs sous-jacents	60
2.1. – Les hypothèses du modèle	60
2.2. – Respect des rendements des processus de diffusion	66
2.2.1. Respect des moments d'ordre 1 et 2 au cours d'une période	64
2.2.2. Convergence en loi	67
3 – Applications	67
3.1. – Option contingente à deux actifs risqués	68
3.2. – Option contingente à trois actifs risqués	69
4 – Classification du prix des options par ordre de prix croissant	70
4.1. – Indépendance des prix d'Arrow-Debreu par rapport aux caractéristiques des actifs sous-jacents	70
4.2. – Application à la classification des options	71
Bibliographie du chapitre 2	72
Chapitre 3 – Évaluation séquentielle d'un actif contingent aux taux d'intérêt et à deux actifs risqués	75
1 – Le modèle de Kishimoto généralisé	77
1.1. – Le modèle de taux sous-jacent	77
1.2. – L'approche séquentielle	79
1.2.1. Evolution de l'actif risqué sous-jacent	79
1.2.2. Evaluation d'un actif contingent aux taux et à un actif risqué	82
1.3. – Variation de la variance du rendement de l'actif sous-jacent au cours du temps	83
1.4. – Variation du coefficient de corrélation au cours du temps	85
2 – Le modèle hexanomial	86
2.1. – Les contraintes du modèle	87
2.1.1. Contrainte pour l'obtention d'une volatilité constante	87
2.1.2. Contrainte pour l'obtention d'une corrélation constante	87
2.2. – Le modèle trinomial de Boyle	88
2.3. – L'approche hexanomiale	89
2.4. – Evaluation d'un actif contingent aux taux et à un seul actif risqué	91
2.5. – Simulations	92
3 – Comparaison avec le modèle de Merton	94
Bibliographie du chapitre 3	97

TROISIEME PARTIE	
EVALUATION DES OPTIONS EXOTIQUES SUR ACTIFS FINANCIERS	
	99
Chapitre 4 – Évaluation des options par interpolation des arbres de prix	101
1 – Le modèle d’interpolation linéaire	102
1.1. – Le modèle binomial classique adapté	102
1.2. – Evaluation de l’option par interpolation linéaire	103
1.2.1. Estimation des coefficients de la droite	104
1.2.2. Evaluation de l’option	104
1.3. – Comparaison des deux modèles binomiaux	105
2 – Le modèle d’interpolation parabolique	106
2.1. – Le modèle trinomial classique adapté	106
2.2. – Evaluation de l’option par interpolation parabolique	107
2.2.1. Estimation des coefficients de la parabole	107
2.2.2. Evaluation de l’option	108
2.3. – Comparaison des deux modèles trinomiaux	109
3 – Extension aux options exotiques	109
3.1. – Options à barrière	110
3.2. – Options dépendant de plusieurs actifs risqués	113
4 – Applications numériques	114
Annexes du chapitre 4	116
Bibliographie du chapitre 4	119
Chapitre 5 – Évaluation des options à barrière selon une approche partiellement séquentielle	122
1 – Présentation du modèle	123
1.1. – Construction de l’arbre d’évolution du sous-jacent	123
1.2. – Evaluation dans un cadre mono périodique	124
1.2.1. Le cas d’une barrière de type <i>down</i>	125
1.2.2. Le cas d’une barrière de type <i>up</i>	125
1.2.3. Système général de probabilités	126
1.3. – Variantes immédiates	126
2 – Les extensions du modèle	128
2.1. – Le cas des options à multiples barrières	128
2.1.1. Options à double barrière désactivante	128
2.1.2. Généralisation en présence de plusieurs barrières	129
2.2. – Le cas des options américaines à barrière activante	130
3 – Simulations	131
3.1. – Le cas d’un <i>call down and out</i>	131
3.2. – Le cas d’un <i>put up and out</i>	133
3.3. – Le cas d’un <i>put down and out</i>	133
3.4. – Le cas d’une double barrière désactivante <i>up and down</i>	134
Bibliographie du chapitre 5	135

Chapitre 6 – Évaluation des options exotiques par les méthodes de simulation	137
1 – Génération de valeurs aléatoires normalement distribuées	140
1.1. – Génération de variables uniformément distribuées	140
1.1.1. Les générateurs pseudo aléatoires	140
1.1.2. Les générateurs quasi-aléatoires de loi uniforme	142
1.2. – Les méthodes directes de génération de variables aléatoires normalement distribuées	144
1.2.1. Transformation d'une variable aléatoire uniformément distribuée en variable aléatoire normalement distribuée	144
1.2.2. Correction des variables aléatoires générées	147
1.2.3. Génération de vecteur aléatoire gaussien : décomposition de Choleski	148
1.3. – Les méthodes de réduction de variance	149
1.3.1. Simulations de trajectoires antithétiques	150
1.3.2. Technique de la variable de contrôle	150
1.3.3. Autres techniques	151
2 – Mise en œuvre et techniques spécifiques	151
2.1. – Le cas des options <i>path dependant</i> européennes	151
2.1.1. Les options à barrière	151
2.1.2. Le cas des autres options <i>path-dependent</i>	153
2.2. – Trajectoires corrélées de plusieurs actifs	153
2.3. – Application au calcul d'une <i>value at risk</i>	155
Bibliographie du chapitre 6	157

**QUATRIEME PARTIE
OUTILS TECHNIQUES DE GESTION AVANCEE D'UN
PORTEFEUILLE D'OPTIONS**

	159
Chapitre 7 – La durée de vie des options	161
1 – La durée des options américaines	162
1.1. – Calcul de la probabilité d'exercice anticipé d'une option	163
1.1.1. Calcul dans l'univers risque-neutre	163
1.1.2. Extension à l'univers réel	168
1.2. – Calcul de la durée d'une option	169
1.2.1. Principe de la méthode	169
1.2.2. Exemple	172
1.3. – Calcul de la durée d'une option en présence de dividendes	174
2 – La durée des options exotiques	177
2.1. – La durée d'une option à barrière	177
2.1.1. Calcul analytique de la durée d'une option à barrière désactivante	177
2.1.2. Calcul à l'aide d'un arbre de la durée des options à barrière	180
2.2. – La durée d'une option digitale	182
2.3. – La durée d'une option portant sur plusieurs actifs	184
Bibliographie du chapitre 7	185

Chapitre 8 – La volatilité	187
1 – Modèles à volatilité déterministe	188
1.1. – Le <i>smile</i> des volatilités implicites	189
1.1.1. Définition	189
1.1.2. Unicité ou multiplicité des volatilités implicites	189
1.1.3. Intégration du <i>smile</i> de volatilités dans les méthodes d'évaluation	190
1.2. – Les cônes de volatilités	193
1.2.1. Construction d'un cône de volatilités	193
1.2.2. Cônes de volatilités et cherté des options	195
1.2.3. Correction des cônes de volatilités	196
2 – Modèles à volatilité stochastique	198
2.1. – Les modèles autorégressifs	199
2.1.1. Les processus ARMA	199
2.1.2. Les processus GARCH	200
2.2. – Les modèles d'évaluation d'options à volatilité stochastique	204
2.2.1. Le modèle de Hull et White	204
2.2.2. Le modèle de Heston	207
2.2.3. Le modèle d'Avelladana, Levy et Paras	208
Annexes du chapitre 8	210
Bibliographie du chapitre 8	212
CINQUIEME PARTIE	
EVALUATION DES VALEURS MOBILIERES	
DERIVEES D' ACTIONS	
	215
Chapitre 9 – Evaluation des bons de souscription d'actions	219
1 – Les modèles structurels d'évaluation des bons de souscription d'actions	220
1.1. – Le cas des bons autonomes	220
1.1.1. Les bons ordinaires (BSA)	220
1.1.2. Les bons remboursables (BSAR)	223
1.2. – Le cas des bons émis avec des obligations	225
1.2.1. Les O.B.S.A.	225
1.2.2. Les O.B.S.A.R.	227
1.3. – Evaluation en présence de dividendes et de coupons	229
1.3.1. Les solutions proposées	229
1.3.2. Comparaison des méthodes	232
2 – Validation empirique des modèles	236
2.1. – Les données	236
2.2. – Les résultats	237
Bibliographie du chapitre 9	244
Chapitre 10 – Evaluation des obligations convertibles	247
1 – Modélisation à deux financements	249
1.1. – Présentation du modèle	249
1.1.1. Evaluation en l'absence de dividende et de coupon	249
1.1.2. Evaluation en présence de dividendes et de coupons	251
1.1.3. Evaluation en présence d'une clause de remboursement anticipé	253

1.2. – Le test du modèle	254
1.2.1. Les données	254
1.2.2. Les résultats	256
2 – Modélisation à trois financements	262
2.1. – Présentation du modèle	262
2.1.1. Expression de la valeur des titres	262
2.1.2. Procédure de calage de la valeur nue	266
2.2. – Mise en oeuvre du modèle	268
Bibliographie du chapitre 10	270
Chapitre 11 – Evaluation des obligations indexées sur action	273
1 – Principe de décomposition d'une OIA	274
2 – Les modèles d'évaluation	276
2.1. – Le modèle binomial combiné à des simulations	277
2.2. – Modèle à taux d'intérêt stochastiques	278
2.3. – Modèle à volatilité stochastique	280
3 – Comparaison et interprétation des résultats numériques	281
Annexes du chapitre 11	285
Bibliographie du chapitre 11	286
SIXIEME PARTIE	
EVALUATION DES ACTIFS SOUMIS AU RISQUE DE DEFAUT PAR DES MODELES D'INTENSITE	
	289
Chapitre 12 – Evaluation dans un univers forward-neutre de produits de taux d'intérêt soumis au défaut	291
1 – L'économie de Jarrow et Turnbull	292
2 – Mesure forward-neutre de défaut	296
3 – Application à l'évaluation des options	301
3.1. – Option d'achat sur une obligation zéro-coupon de la classe X	301
3.2. – Option d'achat sur une obligation couponnée soumise au risque de défaut	302
3.2.1. Expression du sous-jacent	302
3.2.2. Expression de l'option	303
3.2.3. Application numérique	306
3.2.4. Couverture de l'option	307
Annexes du chapitre 12	310
Bibliographie du chapitre 12	311
Chapitre 13 – Evaluation d'options vulnérables en présence d'un ou plusieurs risques de défaut	313
1 – Le modèle	314
1.1. – Economie générale du modèle	314
1.2. – Modalités de recouvrement en cas de défaut	316
1.2.1. Recouvrement nul	316
1.2.2. Recouvrement fractionnaire de la valeur de marché	317
1.2.3. Recouvrement fractionnaire équivalent	319
1.3. – Mesure <i>forward</i> -neutre de défaut	321

1.3.1. Cas du recouvrement fractionnaire de la valeur de marché	222
1.3.2. Cas du recouvrement fractionnaire équivalent	222
2 – Applications à l'évaluation d'actifs contingents	223
2.1. – Options vulnérables sur un actif non soumis à un risque de défaut	223
2.1.1. Le cas d'une option sur obligation zéro-coupon sans risque de défaut	324
2.1.2. Le cas d'un warrant européen sur action	325
2.2. – Evaluation d'une option vulnérable sur obligation zéro-coupon risquée	327
2.2.1. Premier cas : le vendeur de l'option est le même que l'émetteur de l'obligation	327
2.2.2. Second cas : le vendeur de l'option et l'émetteur de la dette sont distincts	328
Annexes du chapitre 13	336
Bibliographie du chapitre 13	342

**SEPTIEME PARTIE
LES DERIVES D'ASSURANCE**

345

Chapitre 14 – Les dérivés climatiques : principes généraux et évaluation

349

1 – Caractéristiques des dérivés climatiques	350
2 – Evaluation classique des dérivés climatiques	354
2.1. – Correction de tendance	356
2.2. – Ajustement de la loi de l'indice	357
2.3. – Evaluation actuarielle d'un contrat	358
2.4. – Exemple d'évaluation d'options portant sur des indices exotiques	361
2.4.1. Ajustement de la loi de probabilité de l'indice sous jacent	362
2.4.2. Evaluation du prix du contrat	363
3. – Modèles de simulations	363
3.1. – Principes généraux de construction des processus de température : application au processus à retour vers la moyenne	365
3.1.1. Estimation de la tendance et de la saisonnalité du processus de la température	366
3.1.2. Construction des processus de température	368
3.2. – Modélisation selon un processus AR à variance périodique	369
3.3. – Modélisation selon un processus GARCH (p,q) à variance périodique	374
Bibliographie du chapitre 14	375

Chapitre 15 – Les dérivés climatiques sur la pluie : méthodes de simulation

377

1 – Comparaison de la pluviométrie de Heathrow et de Saint James park	378
1.1. – Pluviométrie annuelle	379
1.2. – Pluviométrie mensuelle	380
1.3. – Pluviométrie journalière	383
2 – Processus de diffusion de la pluie	384
2.1. – Fréquence	384

2.2. – Persistance de la pluie	385
2.3. – Définition du processus	387
2.4. – simulation de la hauteur de pluie	390
Bibliographie du chapitre 15	393
<i>Bibliographie générale</i>	395
<i>Index</i>	407
<i>Table des matières</i>	411