

Evaluation des dérivés climatiques

Michaël Moreno
ATER ISFA - Université Claude Bernard
43, bd du 11 novembre 1918
69622 - Villeurbanne CEDEX
E-mail : moreno_michael@yahoo.com
web : <http://michael.moreno.free.fr/>

en association avec
Speedwell Weather Derivatives Limited
19, St Mary at Hill
London EC3R 8EE
<http://www.weatherderivs.com>

Résumé :

De nombreuses entreprises, notamment celles fournissant de l'énergie, celles liées à l'agriculture ou encore celles à caractère touristique, sont soumises aux conditions météorologiques. L'achat d'un dérivé climatique, assimilable à un contrat d'assurance, permet de supprimer les risques de perte d'exploitation liés au climat. Ces contrats sont indexés sur des variables telles que la température, le nombre de jours de pluie, la force du vent, etc. Par ailleurs, ces produits indépendants des variations économiques et des aléas des marchés boursiers sont une formidable possibilité d'investissement et de diversification pour les institutions financières. Le présent article a pour objectif de mieux faire connaître ces nouveaux produits indexés sur la température et d'en proposer des techniques d'évaluation à partir de formules fermées ou bien à partir des techniques de simulation.

Mots-clés : dérivés climatiques, température, HDD, CDD, CTD.

Keywords : Weather Derivatives, Temperature, HDD, CDD, CTD.

Les résultats financiers de nombreuses entreprises sont soumis aux aléas climatiques. Par exemple, bon nombre d'exploitations agricoles sont exposées aux risques de gel, de manque de pluie ou encore de défaut d'ensoleillement. L'activité des villes touristiques saisonnières situées en bord de mer ou en haute montagne est elle aussi liée en grande partie à la qualité des saisons. Les compagnies d'énergie sont également très exposées. En effet, aussi bien un hiver doux, amenant à une réduction en demande de chauffage, qu'un été tempéré, diminuant la demande de refroidissement (réfrigération et climatisation), ont tendance à faire décroître leur chiffre d'affaire. En fait, il est estimé qu'environ 80 % de la valeur des dérivés climatiques sont actuellement contractés par l'une d'entre elles.

L'appel aux marchés des capitaux, à l'aide de la titrisation des risques, plutôt qu'aux compagnies de réassurances est récent. Le marché n'a pas encore atteint sa pleine maturité comme le suggère l'assez faible engouement des contrats - HDD Index Futures - cotés électroniquement sur le Chicago Mercantile Exchange depuis septembre 1998 (selon la société Speedwell environ 4 milliards de dollars de valeurs assurés aurait été négociés la première année). Toutefois, la progression de ce nouveau marché, de par la nature des contrats indépendants des conjonctures économiques, des risques de marchés et même d'éventuelle manipulation boursière, s'accélère.

Dans un temps rapproché, les dérivés climatiques et les obligations catastrophes constitueront un grand pôle attractif pour les investisseurs. Bien qu'intégrant une fonction d'assurance, les risques encourus par le vendeur de ce type de contrat sont fondamentalement différents. Les obligations catastrophes couvrent, pour un montant déterminé égal au nominal des obligations émises, certains risques naturels intervenant ou non durant une période prédéfinie. A l'échéance du contrat, soit une catastrophe est survenue et le titulaire du contrat a perdu son droit soit aucun incident ne s'est produit et le titulaire se voit rembourser le nominal plus les intérêts dus. Tandis que les dérivés climatiques ont pour but d'empêcher une dégradation des comptes d'exploitation en raison de la température au cours d'une période prédéfinie. Le *payoff* à l'échéance est une fonction dépendante de la température (ou de la pluie, de la neige, du vent, etc) relevée durant la période assurée. Les prestations de la contrepartie ont lieu au terme du contrat mais elles s'anticipent de mieux en mieux au fur et à mesure de l'écoulement du temps. En conclusion, tandis que le *payoff* d'une obligation catastrophe est discontinu, similaire à celui d'une option digitale cash ou rien et survient brutalement, celui d'un dérivé climatique est en général continu, borné à l'instar d'un *call* cappé et le *payoffs* s'anticipe à la façon de celui des options asiatiques.

Malgré les poussées technologiques et l'amélioration des prévisions météorologiques, l'incertitude liée au climat reste grande. L'urbanisation croissante, la pollution atmosphérique et le réchauffement actuel de la planète conduit à de profondes modifications des systèmes de prévisions. Les effets des courants marins El Niño et La Niña sont encore trop récents pour être pleinement quantifiés et modélisés. D'autre part, le débat scientifique entre un réchauffement durable ou ponctuel de la planète n'étant toujours pas entériné par les météorologistes.

Le présent article a pour but de présenter les dérivés climatiques encore peu connus et d'en proposer des méthodes servant à l'évaluation. L'organisation de l'article en deux parties s'articule de la manière la suivante. Dans un premier temps, les définitions, peu conformes des produits en rapport à celles en vigueur sur les marchés financiers, sont rappelées. Les méthodes statistiques du traitement des données historiques sont présentées au cours de la deuxième partie. En fin de deuxième partie, les techniques de simulation de la température sont abordées.

I. Présentation des dérivés climatiques

Les dérivés climatiques sont adaptés aux besoins de chacun des assurés. Du fait qu'ils ne sont pas standardisés, les transactions s'effectuent de gré à gré directement entre les banques ou les assureurs-réassureurs et les investisseurs. Le continent américain est celui qui a connu l'essor le plus important de ces produits. Actuellement, la répartition géographique de la couverture des risques climatiques est principalement aux Etats-Unis, au Canada ou encore au Japon. Ils sont donc libellés dans la monnaie de l'entreprise assurée, source éventuelle de risque supplémentaire pour le gestionnaire.

Le sous-jacent, c'est à dire l'indice de référence servant aux calculs des sommes finales possiblement dues à l'acheteur, est principalement la température. Mais le nombre de jours de pluie ou de neige, la hauteur cumulée de pluie ou de neige ou encore la force du vent sont autant d'autres types de sous-jacent traités. A la différence des options usuelles sur indice ou sur action, les sous-jacents concernés par les dérivés climatiques ne sont pas négociables. En conséquence, il n'existe pas de méthode de duplication permettant de gérer sans risque la vente de ces titres à partir de l'actif sous-jacent comme l'ont proposé Black et Scholes. Par ailleurs, les modélisations de la température, de la pluie ou du vent sont dissemblables entre elles et ne peuvent être considérées comme étant des mouvements browniens géométriques. C'est pourquoi l'article est restreint aux dérivés climatiques les plus traités c'est à dire ceux dépendant de la température et qu'aucun lien direct avec les méthodes usuelles d'évaluation n'est établi.

Les dérivés climatiques ont généralement des durées de vie de 3 ou 5 (et non 6) mois centrée sur les saisons chaude printemps-été et froide automne-hiver. Durant la saison froide, les titres vendus sont généralement des *calls* ou bien des *puts* sur les HDD (*Heating Degree Days* - nombre de degrés Fahrenheit cumulés au cours des jours assurés durant lesquels la température est inférieureⁱ à 65°F ≈ 18.3°C). Durant la saison chaude ces options portent plutôt sur les CDD (*Cooling Degree Days* - nombre de degrés Fahrenheit cumulés au cours des jours assurés durant lesquels la température est supérieure à 65°F). Le calcul des HDD est réalisé en sommant pour chaque jour de la période considérée la valeur suivante :

$$\text{Max}\{65 - X_i, 0\}$$

Où X_i correspond à la valeur de la température moyenne, supposée égale à la moyenne entre la température maximale et la température minimale relevées lors de la $i^{\text{ème}}$ journée de la période assurée.

Dans le cas d'un CDD, la formule s'écrit :

$$\text{Max}\{X_i - 65, 0\}$$

Les définitions respectives des *calls* et des *puts* ne correspondent pas à celles en vigueur sur les marchés financiers. L'influence du domaine de l'assurance dans la limitation de l'engagement pris sur les risques fait que ces options sont en réalité des *calls spread* ou des *puts spread*. Par soucis de conformité au langage employé au sein de ce marché, nous n'emploierons que leur définition « restreinte ».

Le coût final, pour l'assureur, au terme de l'option, est égal au cumul des résultats de ces équations sur la période considérée (jours 1 à n), au-delà d'un seuil donné (HDD_{inf}) et majoré par une valeur (HDD_{sup}) servant à limiter le risque global :

$$C_D \times \text{Max} \left\{ \text{Min} \left[\sum_{i=1}^n \text{Max}\{65 - X_i, 0\} - HDD_{\text{inf}}; (HDD_{\text{sup}} - HDD_{\text{inf}}) \right]; 0 \right\}$$

Où C_D est la valeur unitaire de chaque degré.

L'extension à la considération de CDD étant immédiate, l'étude est poursuivie avec le seul exemple des HDD. Il faut noter que le processus du cumul des HDD au cours d'une période est discret, à accroissement non indépendant et strictement croissant.

En traçant le *payoff* en fonction du nombre de *Degree Day* cumulé (*HDD*) sur la période, on retrouve la forme typique du *call spread* :

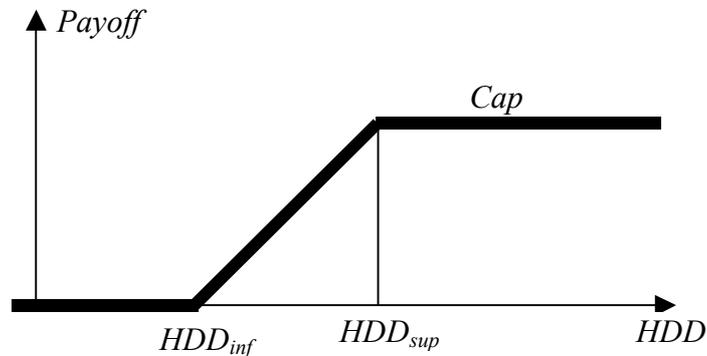


figure 1 : structure du *cap*

Les *calls* servent donc à prémunir d'une hausse du sous-jacent. *A contrario*, les *puts* permettent d'assurer une éventuelle baisse du sous-jacent. Leur *payoff* s'écrit :

$$C_D \times \text{Max} \left\{ \text{Min} \left[\text{HDD}_{\text{sup}} - \sum_{i=1}^n \text{Max} \{ 65 - X_i, 0 \} ; (\text{HDD}_{\text{sup}} - \text{HDD}_{\text{inf}}) \right] ; 0 \right\}$$

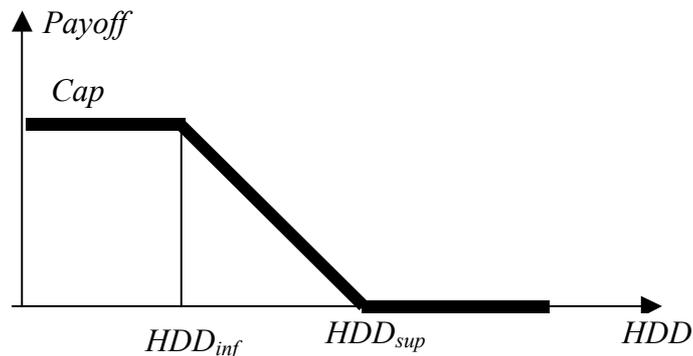


figure 2 : structure du *put*

A partir de ces définitions, de nombreuses stratégies de base peuvent être mise en œuvre, à l'instar des pratiques rencontrées sur le marché des options usuelles. Ces stratégies existent déjà mais là encore sous des noms différents de ceux utilisés communément sur le marché des options. Parmi ces stratégies que nous définissons ci-dessous, les plus fréquentes sont le *collar* (vente d'un *put* et achat d'un *call*), le *swap* (version dégénérée d'un *collar*) et le *strangle* (achat simultanément d'un *put* et d'un *call*).

Le *collar* a la structure suivante :

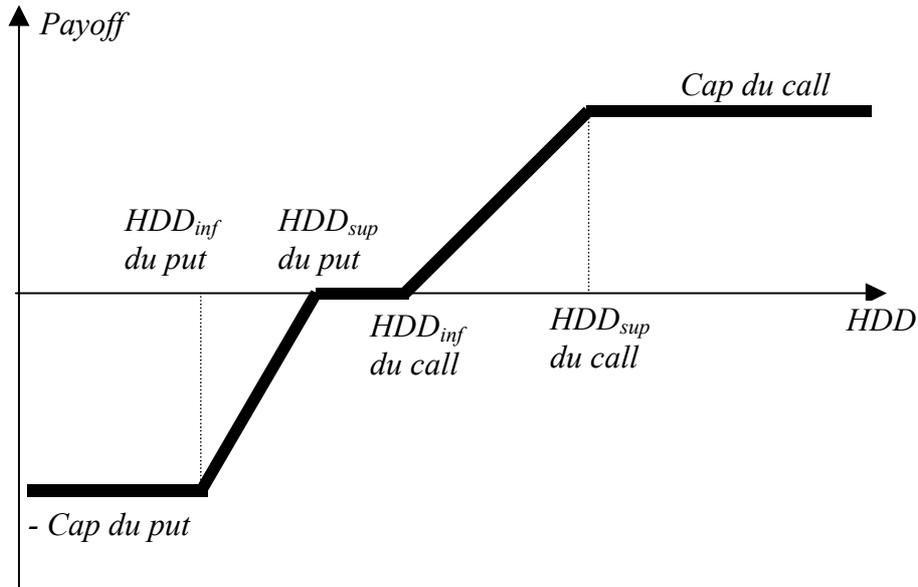


figure 3 : structure d'un *collar*

Les prix des *degree day* ne sont pas forcément identiques d'où les pentes différentes de la structure du *payoff*. Pour le marché, un *swap* n'est rien d'autre qu'un *collar* pour lequel la valeur d'exercice HDD_{sup} du *put* est égale à la valeur HDD_{inf} du *call*.

Le *strangle* quant à lui correspond aux achats simultanément d'un *call* et d'un *put* et sa structure a une forme similaire à la suivante :

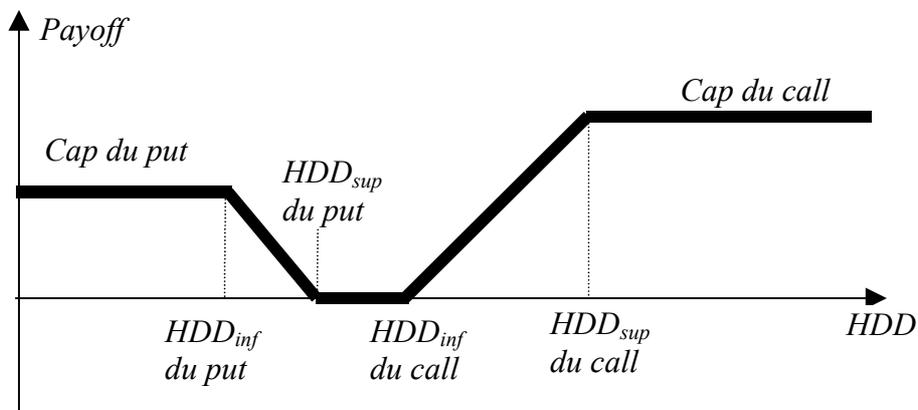


figure 4 : structure d'un *strangle*

Quelques options exotiques commencent à être traitées sporadiquement telles que les options à départ différé (appelées sur le marché option sur option), les options à barrière extérieure (sur le prix de l'électricité par exemple), et les options dépendant de la température mesurées au sein de plusieurs villes. Les techniques d'évaluation de ces options sont sensiblement plus complexes et sortent du contexte du présent article.

II. Evaluation des dérivés climatiques

Selon une grande majorité des spécialistes, le réchauffement moyen de la température sur la terre enregistré durant le 20^{ème} siècle est d'environ 1 degré celsius. Selon leurs études, ce phénomène serait possiblement en train de s'accélérer et franchirait un seuil définitif. Ce dernier résultat est toutefois controversé par d'autres études soulignant la présence préalable

de cycles glacières et chauds connus par la terre au cours de son existence. Selon eux, la température moyenne de la terre correspond à des températures déjà rencontrées il y a quelques centaines de milliers d'années sur nos continents et si les températures actuelles restent parmi les plus importantes jamais relevées, le réchauffement définitif de la planète ne peut être certain.

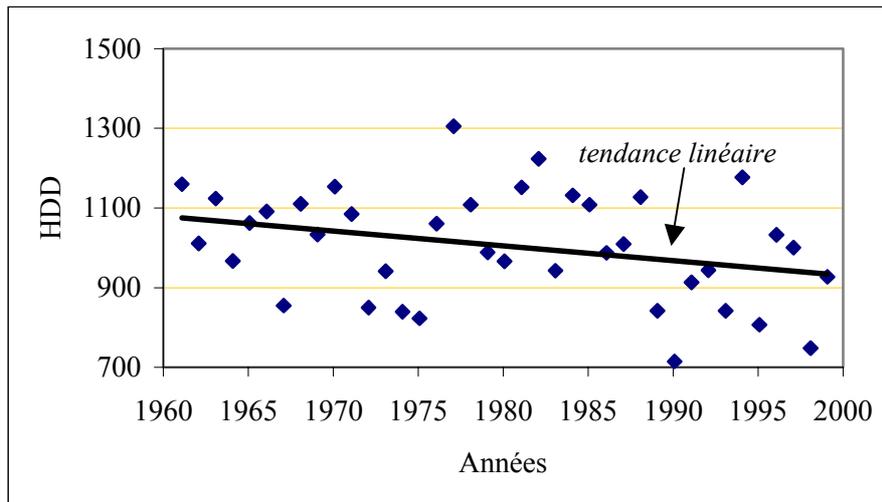
L'étude des données historiques est l'une des clés de l'évaluation des dérivés climatiques. Les difficultés rencontrées sont nombreuses. Tout d'abord, les stations d'études météorologiques se situent principalement dans les aéroports et dans les villes. Or, ces endroits ne se sont pas développés de façon homogène. Premièrement, l'activité des aéroports ne dépend pas obligatoirement du taux d'urbanisation de la ville la plus proche. La capitale française donne un tel exemple. Ainsi, la fréquentation en passagers et l'affrètement des avions au départ des deux aéroports d'Orly et de Roissy s'est accrue, tandis que le nombre moyen d'habitants de la région Ile de France ne changeait relativement guère. De surcroît, la création d'un éventuel troisième aéroport, dont le projet est pour l'instant enterré, viendrait modifier très sensiblement la fréquentation des deux aéroports plus anciens, ce qui aurait un impact sur les températures mesurées en ces lieux. Deuxièmement, l'urbanisation des villes n'est pas homogène (floraison des gratte-ciel au centre et construction de maisons individuelles en proche banlieue) et se meut dans le temps. La densité de population d'une ville n'est pas uniforme géographiquement dans le temps et peut être amenée à fluctuer très sensiblement, même au sein d'une année suite à une catastrophe naturelle par exemple. Ainsi, au cours des trente à quarante dernières années, le niveau de population des villes industrielles et agricoles a eu tendance à se dégrader, tandis que celui des villes touristiques ou balnéaires s'est accru à l'aide de nombreux plans immobiliers. Le transit des populations peut aussi être significatif au sein d'une même année : désertification des villes au mois d'août, remplissage des stations d'hiver sur des périodes de une à deux semaines, etc. Ces mouvements de population peuvent perturber les températures locales en raison des fluctuations de pollution générée par la population, des chauffages mis en route, ... Ces phénomènes restent difficiles à prendre en compte et l'hypothèse d'un effet constant ou au plus linéaire dans le temps est admis.

Les relevés historiques des températures nécessaires à l'estimation du prix des dérivés climatiques sont payants. En France, chaque donnée (température, température agrégée, etc) coûte 3.81 centimes d'euros. De la sorte, la connaissance de l'évolution de la température durant un siècle d'une seule ville coûte approximativement 1400 €. Sachant que certains contrats sont contingents à trente ou quarante villes, le coût élevé de ces données est parfois rédhibitoire. Certaines compagnies pourraient alors souhaiter n'acheter que la connaissance du sous-jacent (HDD, CDD, ...) au cours de la période contractuelle (automne-hiver par exemple) durant un siècle. Le coût d'acquisition des données serait ainsi divisé par 365. L'information obtenue bien que tronquée peut toutefois suffire à une estimation statistique du contrat optionnel à une date donnée, mais le mark to market (ou encore mark to model) ne pourra être fait.

Dans la suite nous abordons l'évaluation du contrat selon deux approches. La première est basée sur l'étude des distributions des HDD et des CTD tandis que la seconde est issue des méthodes de simulations.

A. Evaluation à partir de la distribution des HDD

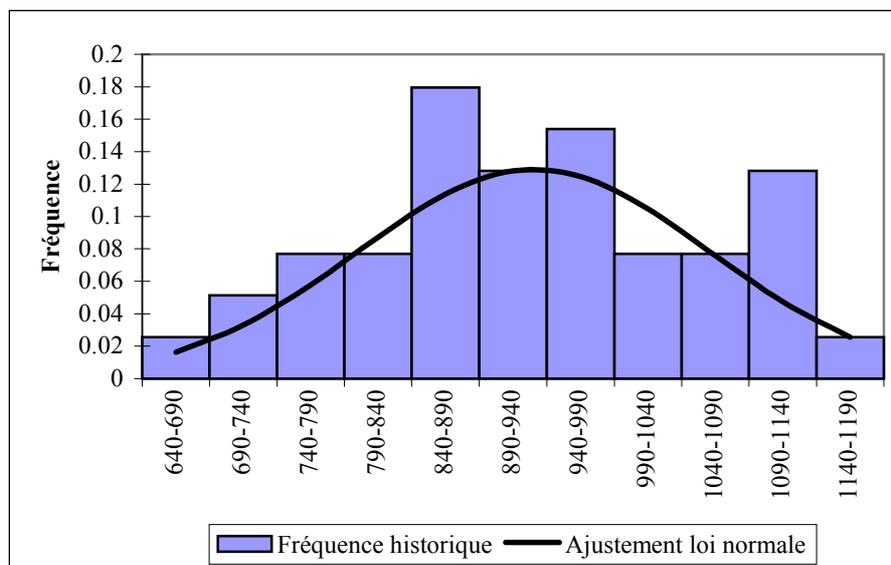
Considérons l'exemple de la ville de Baltimore avec les HDD calculés au cours des mois de janvier 1961 à 1999. L'évolution du HDD est la suivante :



Graphique 1 : Evolution du HDD de la ville de Baltimore durant le mois de janvier

Sur ce graphique, la tendance linéaire des HDD est baissière. Cela indique un réchauffement de la planète. Il est nécessaire de corriger le trend et de projeter les données à la date de fin du contrat (en supposant que le contrat ne porte que sur une seule année).

Après une correction des données par rapport à la projection en l'an 2000 et selon la tendance linéaire observée, l'histogramme des densités obtenu est le suivant :



Graphique 2 : Ajustement de la loi des HDD

L'ajustement par une loi probabiliste est alors réalisé. D'une manière générale, la loi normale peut être retenue. Toutefois dans certain cas, une loi asymétrique doit être prise en compte.

L'évaluation d'un *call* C_{HDD} sur HDD peut être réalisée à partir des théories basiques de l'assurance selon lesquelles le prix du contrat est égal à la prime pure, c'est à dire l'espérance des pertes, plus une prime de risque, fraction de l'écart-type :

$$C_{HDD} = E [Payoff] + \lambda \cdot \sigma [Payoff]$$

où λ est un réel positif définissant le chargement du risque pris par l'assureur.

Dans la suite, il est supposé que la prime de risque est nulle, i.e. $\lambda = 0$, et les calculs sont concentrés sur l'espérance du *payoff* : $E[\text{Payoff}]$. On se limite donc à la prime pure des contrats. La prise en compte de la prime de risque dépend des préférences des investisseurs au travers de leur fonction d'utilité.

Afin de généraliser les problèmes d'évaluation, le *call (spread)* est décomposé en deux options exotiques, un *call up & out* et un *call digital* dont les structures de *payoff* sont définies à l'aide des figures suivantes :

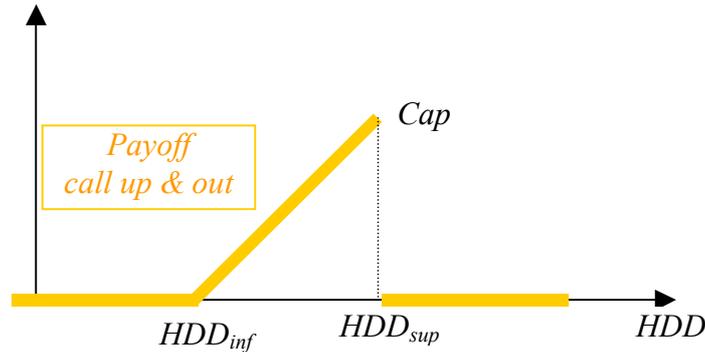


figure 5 : structure du *payoff* d'un *call up & out*

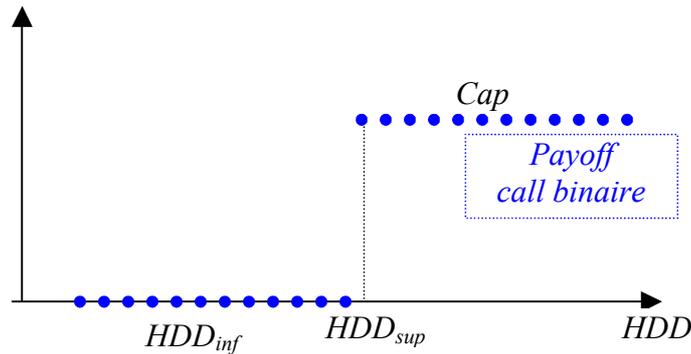


figure 6 : structure du *payoff* d'un *call binaire*

Si l'on accepte l'ajustement par une loi normale, le prix du *call up & out* , la barrière étant effective à l'échéance de l'option) s'écrit :

$$\text{Prix}_{HDD} \times \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left(e^{-\frac{\alpha^2}{2}} - e^{-\frac{\beta^2}{2}} \right) + \text{Prix}_{HDD} \times \gamma \left[N(\beta; 0; 1) - N(\alpha; 0; 1) \right]$$

et le prix du *call binaire* s'écrit :

$$\text{Cap} \left[1 - N \left(\frac{HDD_{sup} - \mu}{\sigma}; 0; 1 \right) \right]$$

où $\alpha = \frac{HDD_{inf} - \mu}{\sigma}$; $\beta = \frac{HDD_{sup} - \mu}{\sigma}$; $\gamma = (\mu - HDD_{inf})\sigma$; μ et σ étant les

estimations de l'espérance et de l'écart-type de la distribution des HDD selon la loi normale ; et $N(X;0;1)$ la valeur de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite prise au point X.

En combinant les deux formules précédentes, il est possible d'évaluer toute la famille des calls à barrière, effective à l'échéanceⁱⁱ, activante ou désactivante avec un *rebate* (ici posé égal au *Cap*) non nécessairement nul. La valeur du *call* sur HDD est quant à elle simplement égale à la somme des prix du *call up & out* et du *call binaire* calculés ci-dessus.

Selon le même procédé, le prix du *put down & out* et du *put binaire* de structures suivantes sont aisément calculés :

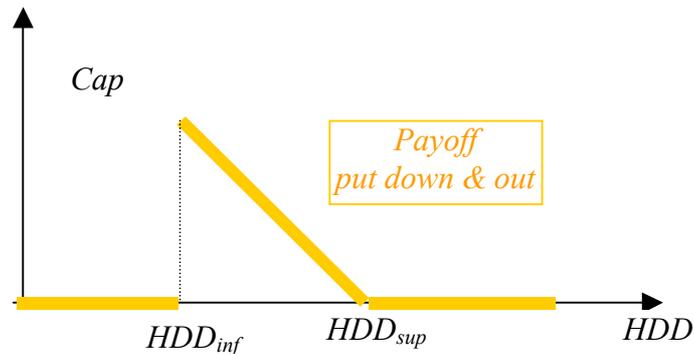


figure 7 : structure du *payoff* d'un *put down & out*

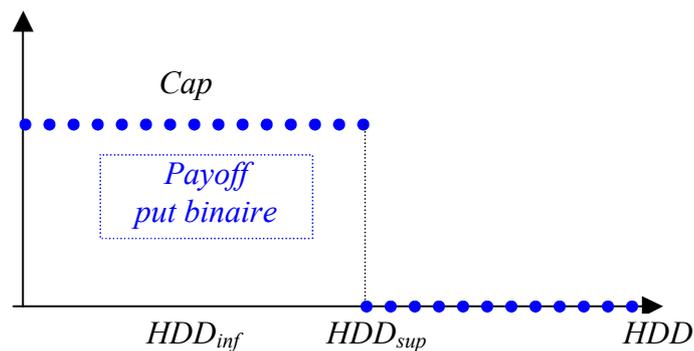


figure 8 : structure du *payoff* d'un *put binaire*

De rapides calculs conduisent aux prix suivants :

$$\begin{aligned} & \text{Prix } \textit{put down \& out} \text{ de } \textit{strike} \text{ HDD}_{\text{Sup}} \text{ et de barrière } \text{HDD}_{\text{Inf}} \\ & = - \text{Prix } \textit{call up \& out} \text{ de } \textit{strike} \text{ HDD}_{\text{Inf}} \text{ et de barrière } \text{HDD}_{\text{Sup}} \end{aligned}$$

tandis que le prix du *put binaire* s'écrit :

$$\text{Cap} \times N\left(\frac{\text{HDD}_{\text{Inf}} - \mu}{\sigma}; 0; 1\right)$$

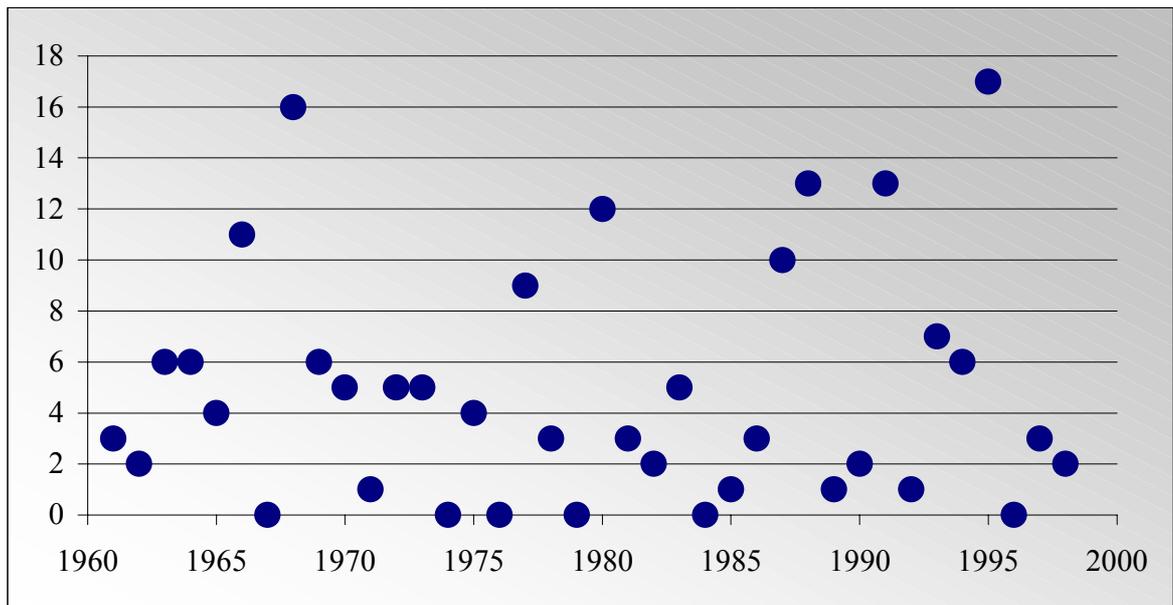
Les deux formules précédentes complète la solution au problème d'évaluation des option à barrière, effective à l'échéanceⁱⁱⁱ, activante ou désactivante avec un *rebate* (ici posé égal au *Cap*) non nécessairement nul. Similairement au cas rencontré pour le *call*, la valeur du *put* sur HDD est quant à elle simplement égale à la somme des prix du *call up & out* et du *call binaire* calculés ci-dessus. Toutes les combinaisons introduites ci-avant, sont immédiatement calculables à partir des équations précédentes.

Malheureusement, la distribution des HDD n'est pas toujours ajustable selon une loi normale. Dans ce cas, le prix d'une option pourra être calculé à partir des prix historiques ou à partir d'une autre distribution.

B. Les critical temperature day

La gamme des dérivés climatiques sur température n'est pas limitée aux HDD et CDD. D'autres sous-jacents sont régulièrement traités tels les CTD (*Critical Temperature Day*). Ces contrats offrent une assurance se limitant à un versement d'une soulté fixée chaque jour où la température dépasse un extrême (minimum ou maximum). Dans ce cas, la variable sous-jacent est construite comme étant la somme des jours pour lesquels la température a franchi le seuil de référence, appelé barrière.

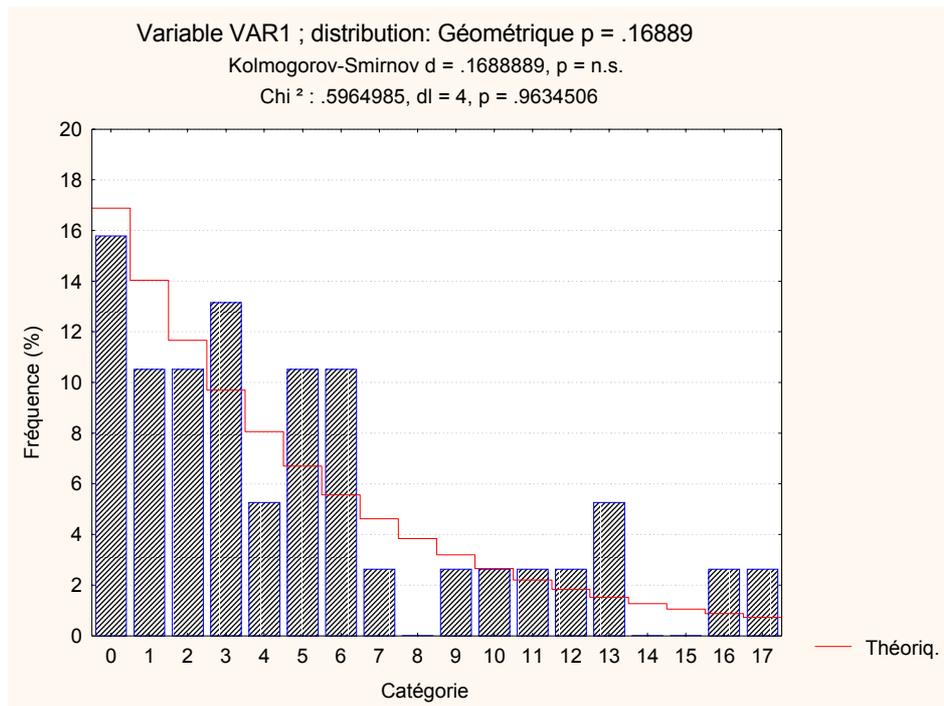
L'étude porte toujours sur la ville de Baltimore. Le seuil de référence est supposé égal à 85°F, porte sur toute l'année, et est relatif à la température moyenne. L'historique des CTD obtenu après correction du trend haussier de la température est le suivant :



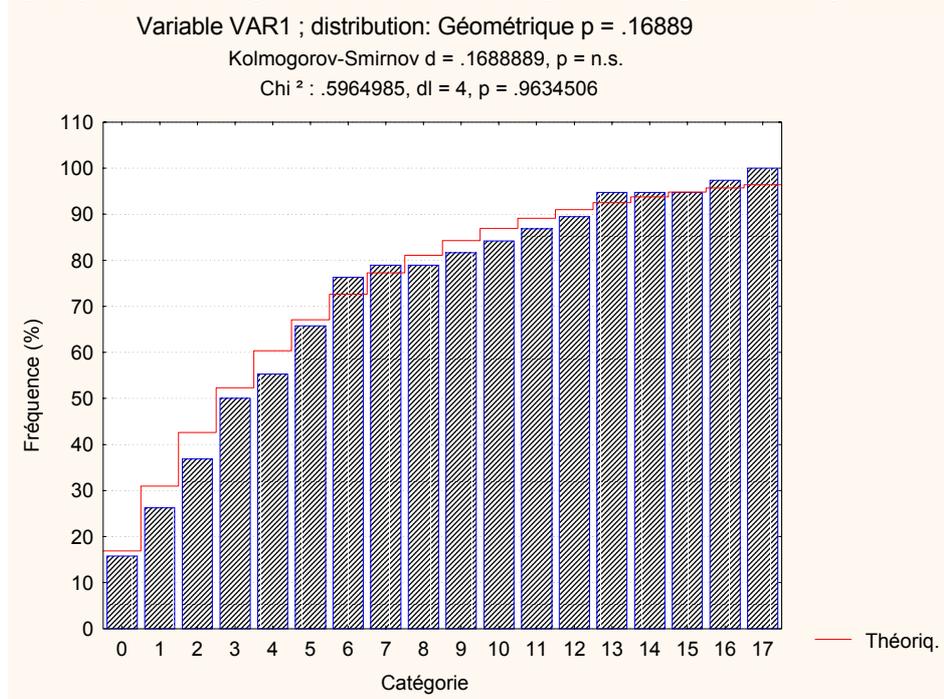
Graphique 10 : Valeurs passées des CTD

Le choix de la loi représentant le comportement du sous-jacent, doit être une loi discrète à valeurs positives ou nulles.

L'ajustement obtenu avec la loi géométrique semble être de bonne qualité, comme le montre l'histogramme des densités et la fonction de répartition ci-dessous :



Graphique 11 : Histogramme des densités, ajustement par une loi géométrique



Graphique 12 : Fonction de répartition, ajustement par une loi géométrique

Si l'on admet l'ajustement selon la loi géométrique pour le comportement des CTD, alors les primes pures des dérivés climatiques se déduisent aisément à l'aide d'une somme (exemple donné avec un call sur CTD) :

$$Call_{CTD} = \sum_{k=1}^{CTD_{Max}} k \times P_{géo}(k) \times Prix_{CTD}$$

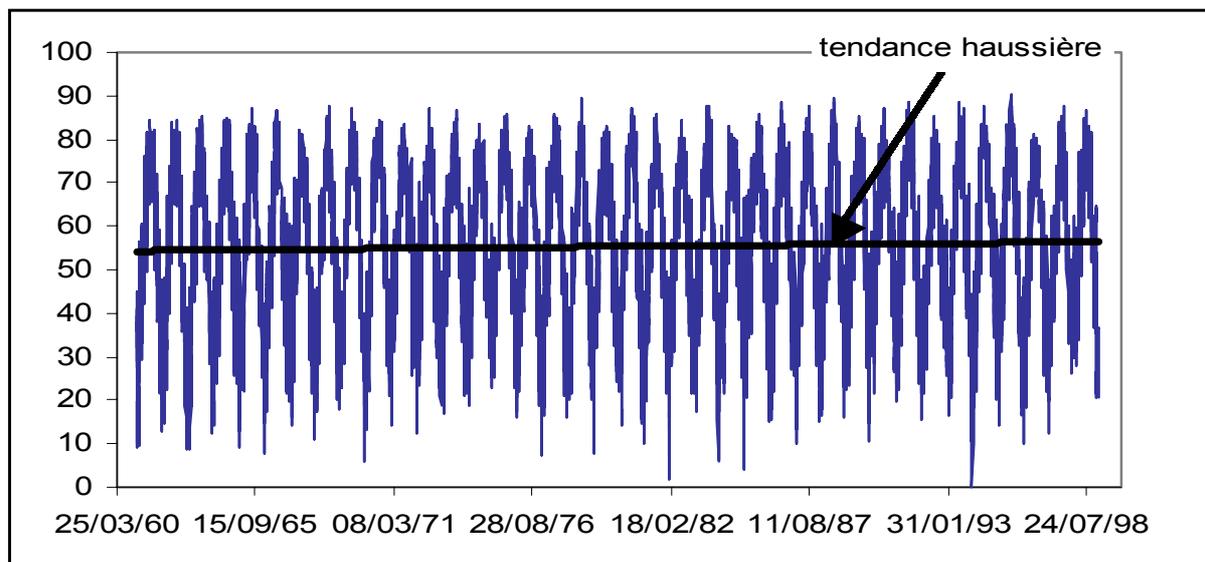
où CTD_{Max} est le nombre maximum de CTD assuré, $P_{géo}(k)$ est la probabilité d'obtenir k CTD selon la loi géométrique ($P_{géo}(k) = (1-p)^{k-1} p$) et $Prix_{CTD}$ le prix de chaque CTD.

Malheureusement, l'ajustement de la loi des CTD n'est pas toujours possible. Dans ce cas la méthode des simulations que nous présentons ci-dessous devra être mise en œuvre. Un exemple simple peut être donné avec l'exemple suivant. Supposons que la température moyenne d'une ville n'ait jamais atteinte 30°C. Dans ce cas la distribution des CTD correspond à une masse de Dirac en 0. Pour autant, la probabilité réelle que la température dépasse ce seuil peut être strictement positive. L'estimation de la loi des CTD, non donnée historiquement, devra alors être obtenue à partir des méthodes de simulation.

C. Evaluation à partir des techniques de simulation de la température

Plutôt que d'évaluer le prix d'un dérivé climatique statistiquement à partir des HDD (ou un autre sous-jacent), il est possible de modéliser l'évolution de la température puis, à l'aide des techniques de simulation, générer plusieurs trajectoires de la température afin d'évaluer le contrat. Malgré des temps de calculs plus longs, les simulations présentent certains atouts. Tout d'abord, l'estimation du processus de la température est réalisée à partir d'un nombre plus important de données. Ensuite, lorsque la période de couverture de l'option est déjà entamée, la poursuite de l'évolution de la température par la génération d'un processus aléatoire est aisée. Tandis que dans le cas de l'estimation statistique directe par l'étude des HDD, l'estimation de la loi conditionnelle peut s'avérer délicate. D'autres atouts non négligeables confèrent à cette méthode une place d'importance dans l'estimation des dérivés climatiques.

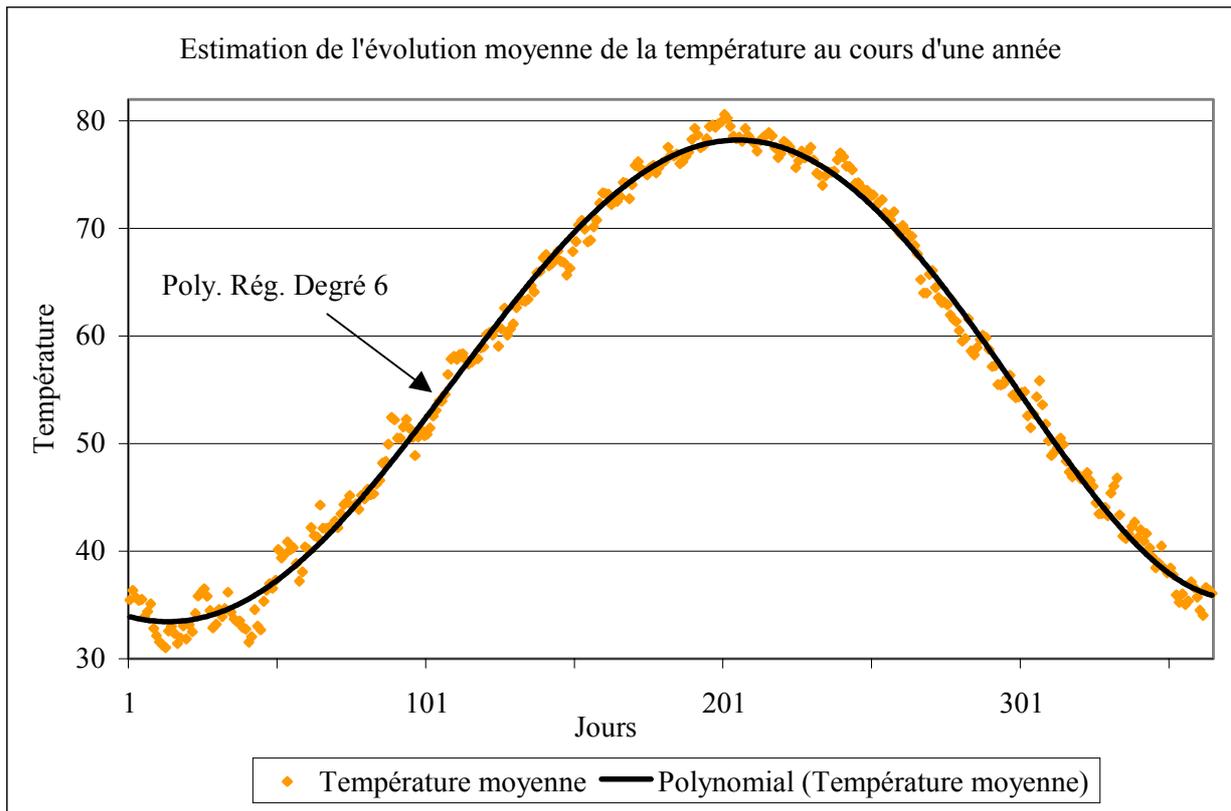
Le graphique 3 ci-dessous représente l'évolution de la température de la ville de Baltimore de 1961 jusqu'à la fin de l'année 1998.



Graphique 3 : Température journalière moyenne de Baltimore

A première vue, l'évolution annuelle de la température au cours du temps apparaît de forme sinusoïdale avec une tendance haussière. Par ailleurs, une lecture rapide des données laisse supposer une autocorrélation assez importante de l'évolution de la température au cours de quelques jours successifs. Enfin, les baisses de température relevées, soit en hiver soit par exemple après une pluie estivale, sont en valeur absolue généralement plus importantes que les hausses de température.

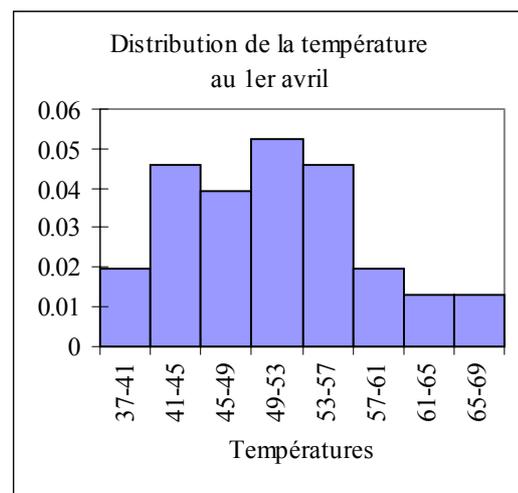
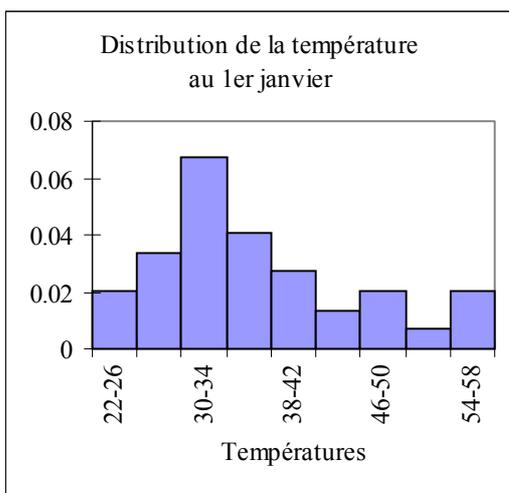
En supprimant l'effet du trend haussier et en calculant une moyenne des températures relevées, la moyenne annuelle de la température est :

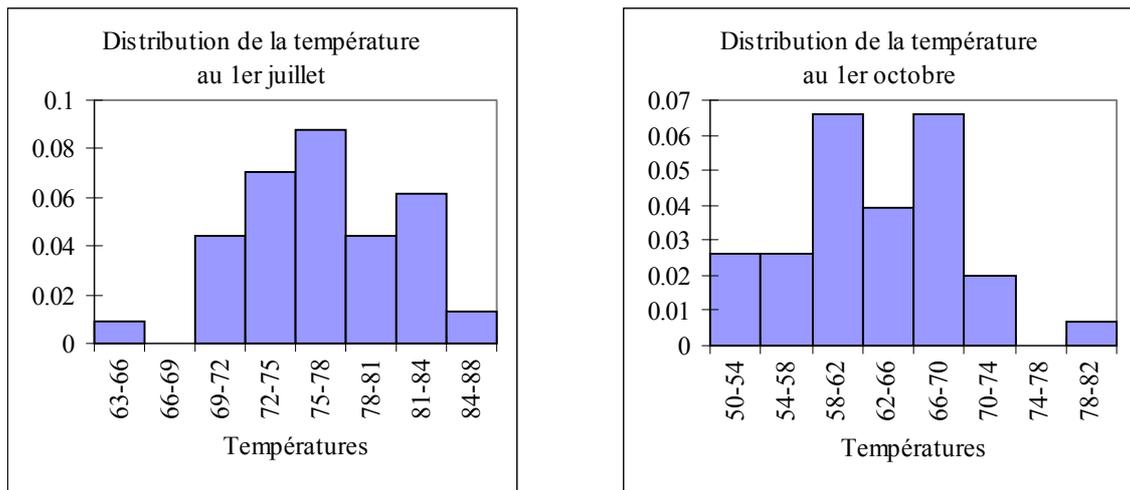


Graphique 4 : Evolution moyenne de la température annuelle

La température de référence du dérivé climatique est généralement posée égale à 65°F (18,3°C). Dans le cas de la ville de Baltimore, la moyenne de la température annuelle est environ de 56,5 °F (13,5°C). Seulement 35% des températures moyennes se trouvent au-dessus de la valeur de référence.

Autre étude intéressante est celle consistant à regarder la distribution des températures journalières. Les quatre graphiques suivants montrent les distributions des températures corrigées du trend haussier au 1^{er} janvier, 1^{er} avril, 1^{er} juillet et 1^{er} octobre :





Graphique 5 : Distribution de températures journalières

Le tableau ci-dessous résume les principales caractéristiques de ces distributions :

	<i>Moyenne</i>	<i>Médiane</i>	<i>Écart-type</i>	<i>Skewness</i>	<i>Kurstosis</i>	<i>Etendue</i>
1er janvier	36.38	34.53	9.37	0.64	-0.29	35.11
1er avril	50.40	50.14	7.53	0.28	-0.38	30.64
1er Juillet	76.94	77.09	4.98	-0.16	0.30	23.60
1er Octobre	63.08	62.84	6.19	0.10	0.39	29.38

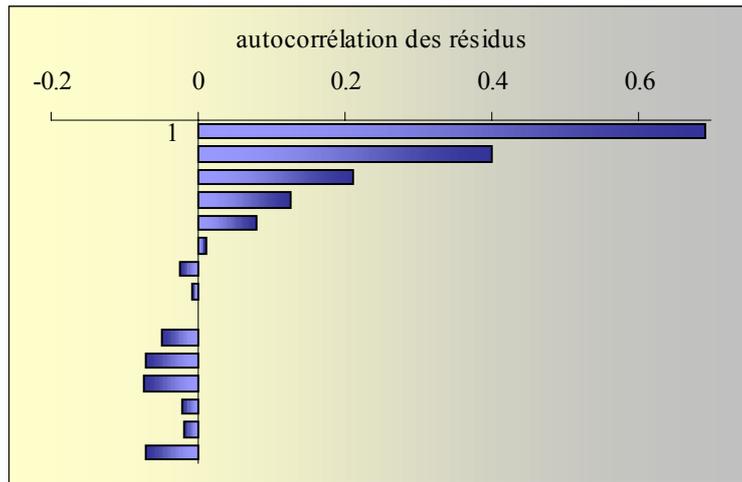
Bien que simple, cette étude révèle d'importants écarts entre les distributions de la température ces quatre jours là. Malgré des températures plus basse en hiver (resp. haut en été), l'écart-type et l'étendue de la distribution au 1^{er} janvier sont les plus importants (resp. faibles). L'asymétrie des distributions n'est pas non plus la même. En hiver, la température est froide mais quelques jours plus doux font que la distribution est oblique à gauche. Tandis qu'en été, le température est chaude mais quelques plus tempérés, après une pluie par exemple, font que la distribution est oblique à droite.

L'étude porte à présent sur le processus d'évolution de la température au cours de l'année 1998. On suppose que ce processus est donné par :

$$T_t = S_t + m_t + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_i + \gamma(1 + \beta \sin^2(\omega t + \phi)) \varepsilon_t$$

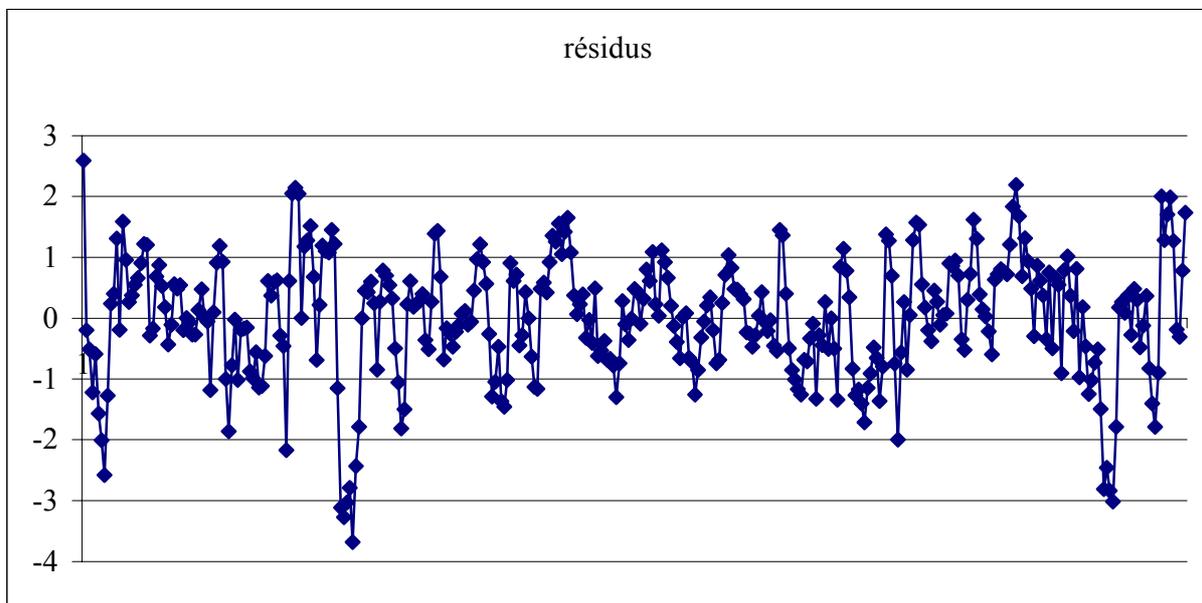
Où T_t est la température à la date t , S_t la saisonnalité pour la date t , m_t le trend, α_i les coefficients du processus autorégressif X_i d'ordre p , ε_t le bruit du processus AR(p), γ , β , ω et ϕ des constantes à déterminer.

L'étude de l'autocorrélation, de l'autocorrélation partielle des résidus et les procédés d'optimisation mis en œuvre pour leur vraisemblance montre que le processus est autorégressif d'ordre 4, l'ordre 5 étant rejeté en raison de son erreur-type d'estimation :



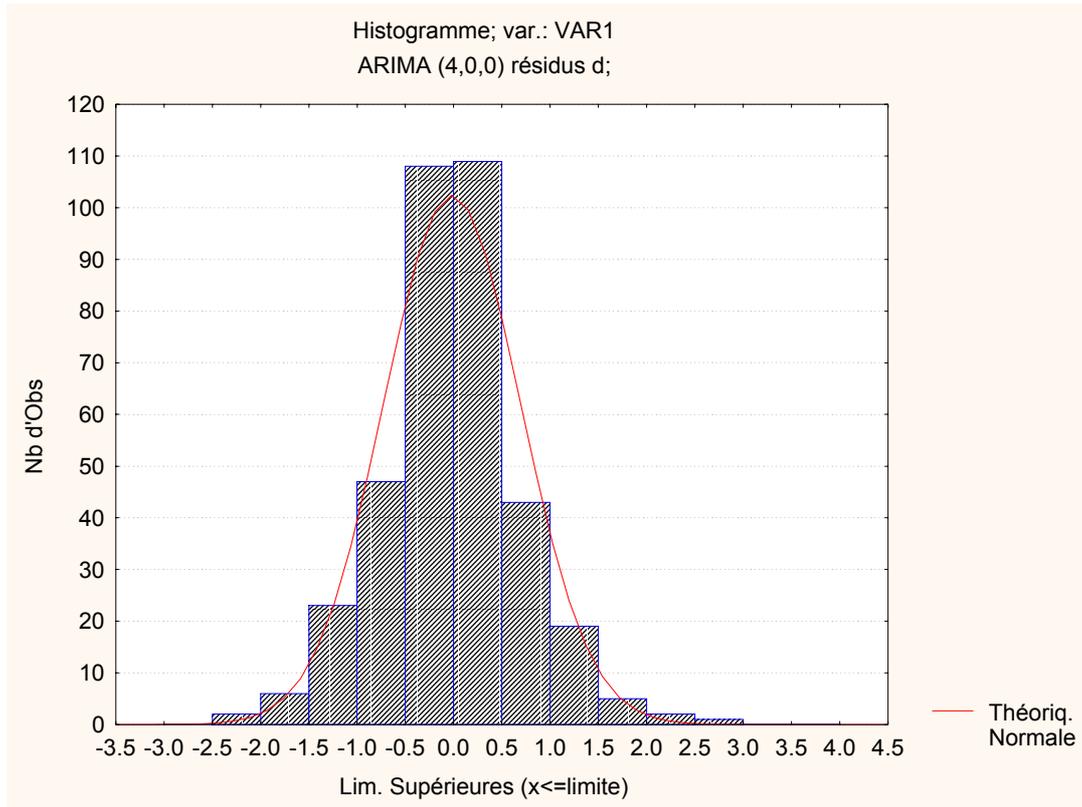
Graphique 6 : Autocorrélation des résidus

Après estimation du processus, les nouveaux résidus, centrés réduits sont:

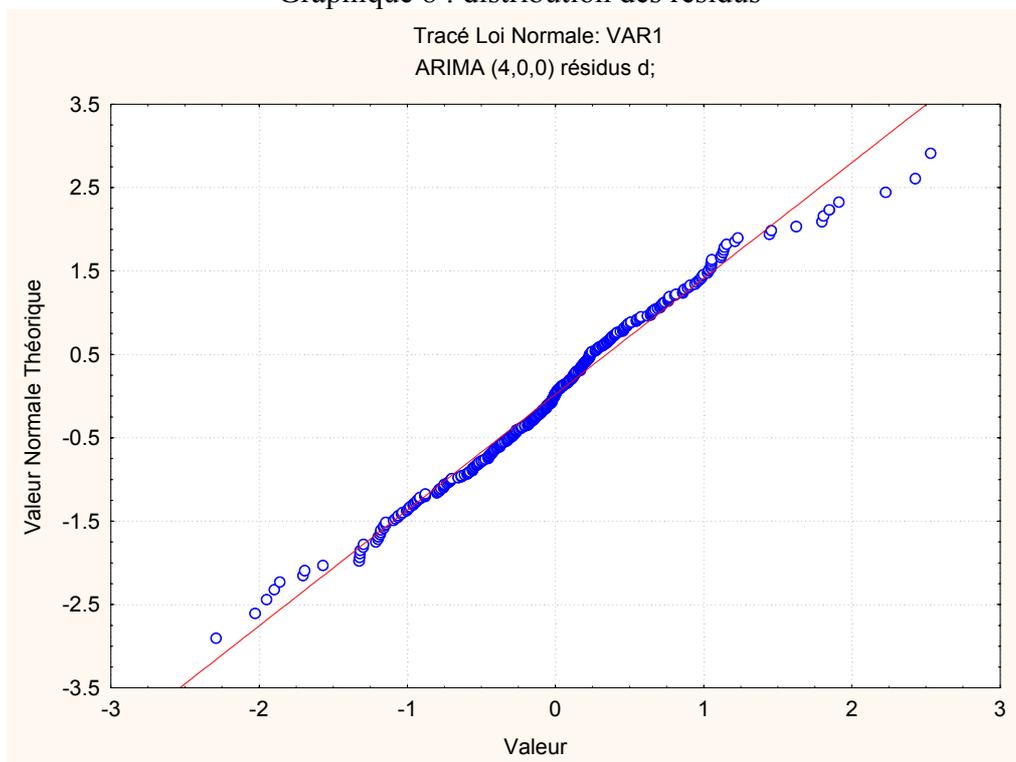


Graphique 7 : Résidus du processus AR(4).

La distribution des nouveaux résidus est assimilable à une loi normale :



Graphique 8 : distribution des résidus



Graphique 9 : Droite de Henry

Le processus AR(4) semble donc bien adapté à la simulation du processus de la température de cette ville. Toutefois comme l'a montré Moreno (2000), ce processus ne prend pas en compte la périodicité de l'asymétrie de la distribution au cours d'une année.

Les problèmes de convergence de la méthode des simulations avec la présence d'une barrière rencontrés en finance n'apparaissent pas dans ce cas car le temps est ici discret (1 valeur journalière) tandis que celui des marchés financiers est continu (les prix variant à chaque instant).

Conclusion

Cet article a permis de présenter les dérivés climatiques les plus couramment traités sur la température. Deux méthodes d'évaluation ont été proposées. La première est construite à partir de l'estimation de la distribution du sous-jacent au contrat, la seconde repose sur la simulation de la température dans le futur à l'aide de processus autorégressif AR(.). La première, plus rapide que la deuxième est difficilement adaptable aux situations pour lesquelles le contrat a commencé. Bien qu'un ajustement ait été proposé pour l'ajustement d'un autre sous-jacent (CTD) que celui des HDD et CDD, cet ajustement n'est pas toujours possible et la méthode des simulations reste dans ce cas le seul recours au problème d'évaluation.

ⁱ Le seuil de référence de 65°F n'est pas obligatoire. Il ne s'agit que de la limite de température communément contractée.

ⁱⁱ Lorsque la barrière est à l'échéance, le prix d'un *call* (resp. *put*) *up & in* est déductible à partir de celui d'un *call* (resp. *put*) *down & out*, le prix d'un *call* (resp. *put*) *down & in* est déductible à partir de celui d'un *call* (resp. *put*) *up & out*.

ⁱⁱⁱ Lorsque la barrière est à l'échéance, le prix d'un *call* (resp. *put*) *up & in* est déductible à partir de celui d'un *call* (resp. *put*) *down & out*, le prix d'un *call* (resp. *put*) *down & in* est déductible à partir de celui d'un *call* (resp. *put*) *up & out*.

BIBLIOGRAPHIE

Anderson, The statistical analysis of time series, ED. Wiley, 1972.

Box et Jenkins, Time series analysis, Holden Day Ed., 1976

Moreno, « Riding the temp », FOW, novembre 2000.